

المتتاليات

ملخص الدرس 3

1 تعريف:

المتتالية العددية هي كل دالة عددية معرفة على جزء من N .
إذا رمزنا للدالة بـ U_n فإننا نرمز للمتتالية بـ (U_n)

2 عدد حدود متتالية:

خاصية:

إذا كانت (U_n) متتالية فإن عدد الحدود المتتالية:
 $U_n ; U_{n+1} ; \dots ; U_p$ هو: $n - p + 1$ ($p < n$)

3 المتتالية الحسابية:

أ- تعريف: نقول إن (U_n) متتالية حسابية أساسها r إذا كان:
 $U_{n+1} = U_n + r$ لكل n من N .

ب- الحد العام لمتتالية حسابية:

خاصية:

إذا كانت (U_n) متتالية حسابية أساسها r فإن:
 $U_n = U_0 + nr$ و $U_n = U_p + (n - p)r$

ج- ثلاثة حدود متتالية من متتالية حسابية:

خاصية:

a و b و c هي، في هذا الترتيب، حدود متتالية لمتتالية
حسابية يعني أن: $b = \frac{a+c}{2}$

د- مجموع n حدا متتالية من متتالية حسابية:

خاصية:

(U_n) متتالية حسابية:
 $U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$
وعلى العموم:
 $U_p + U_{p+1} + \dots + U_n = \frac{(n - p + 1)}{2}(U_p + U_n)$

4 متتالية هندسية:

خاصية:

أ- تعريف: نقول إن (U_n) هندسية أساسها q إذا كان:
 $U_{n+1} = q U_n$ (n من N)

ب- الحد العام لمتتالية هندسية:

خاصية:

إذا كانت (U_n) متتالية هندسية أساسها q فإن:
 $U_n = U_0 \cdot q^n$ و $U_n = U_p \cdot q^{(n-p)}$

ج) ثلاثة حدود متتالية من متتالية هندسية:

خاصية:

a و b و c هي، في هذا الترتيب، حدود متتالية لمتتالية
هندسية يعني أن: $b^2 = a \cdot c$

د) مجموع n حدا متتالية من متتالية هندسية:

خاصية:

(U_n) متتالية هندسية أساسها q بحيث: $q \neq 1$ لدينا:
 $U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_1 \left(\frac{1 - q^n}{1 - q} \right)$
وعلى العموم لدينا:

$$U_p + U_{p+1} + \dots + U_n = U_p \left(\frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \right)$$

ملحوظة:

إذا كان $q=1$ فإن:

$$U_1 + U_2 + \dots + U_n = n U_1$$